

数列に対する苦手意識の軽減を目的とした
アクティブ・ラーニングを促進する
iOS アプリケーション「ヨセフス問題」の開発

福井昌則

◎キーワード アクティブ・ラーニング, 数学的活動, ヨセフス問題, iOS アプリケーション,
数列, 漸化式

1 はじめに

先日、小中学校の新学習指導要領が公示され、2017年度には高等学校次期学習指導要領が公示される予定となっている^[1]。現行の学習指導要領と大きな相違点として、論点整理では「課題の発見・解決に向けた主体的・協働的な学び（いわゆるアクティブ・ラーニング）」のさらなる充実が軸となっていたが^[2]、新学習指導要領では、アクティブ・ラーニングという言葉が非常に多義的であることから、『知識の理解の質を高め資質・能力を育む「主体的・対話的で深い学び」^[3]』という表現で具体化された。

現行の高等学校学習指導要領-数学編-によれば、アクティブ・ラーニングに繋がる課題探究型学習、すなわち課題学習は、数学的活動の中で行うことが期待されている^[4]。また、高等学校学習指導要領解説-数学編-によれば、課題学習の実施にあたっては数学的活動を一層重視すること、数理的なゲームやパズルなどを用いることで論理的に考えることのよさや数学的な思考を楽しみ、知的なよろこびを得ることが期待されている^[5]。

前報では、上述した内容を満たす題材として、数理的パズル「基石拾い」を用いたアクティブ・ラーニングを提案し、その活動をさらに充実させるために、iPad アプリケーション「基石拾い」を開発した。そして基石拾いアプリは、紙面上で行う実践時に生じる操作的な問題を解決することができ、さらに充実した数学的活動、充実したアクティブ・ラーニングを行うツールとして、一定の有用性があると報告した^[6]。さらに、前報の内容を活かした上で、生徒が苦手意識を有する分野でこそ活用できるような、生徒の興味・関心を高める数理的ゲーム・パズル教材を開発・実践し、その有用性を示すことが重要であると考えられる。

生徒が苦手意識を感じる分野に関する調査研究として、牟田は、高等学校数学科教員を対象とした指導方法

に関する意識と実態調査において、生徒の定着が悪いと思う分野として最も多く選択された項目は、普通科では「数列」(51.6%)であると報告^[7]しており、生徒が少なからず数列に対して苦手意識を有していることが見て取れる。そこで、数列の苦手意識を軽減、あるいは克服するために、生徒の興味・関心を高める題材を用いた数学的活動を行うことが重要である。

以上の内容を踏まえ、本稿では生徒の定着が悪い分野である「数列」に対する興味・関心を高め、苦手意識を軽減することを目的とした、アクティブ・ラーニングを促進する「ヨセフス問題」を題材とした iOS アプリケーション開発について述べる。

2 題材設定

高等学校学習指導要領-数学編- 第5節 数学Bの目標には「確率分布と統計的な推測、数列又はベクトルについて理解させ、基礎的な知識の習得と技能の習熟を図り、事象を数学的に考察し表現する能力を伸ばすとともに、それらを活用する態度を育てる。」とあり、数列では等差数列、等比数列や漸化式で表された簡単な数列及び数学的帰納法を扱うことや、指導にあたっては、「ハノイの塔」などの具体的な事象と結びつけて漸化式を取り上げて、その有用性や一般項を求める意味を理解させることが大切である、との記載がある^[4]。また、高等学校学習指導要領解説-数学編-には、数理的なゲームやパズルを用いることの有用性についての記載がみられる^[5]。つまり、指導にあたっては、具体的な事象としてハノイの塔などの数理的ゲーム・パズル題材を用いて、生徒の興味・関心を高め、数学の良さを認識させるような教材の検討が、有用な方法の一つであると考えられる。

以上の内容を満たす題材として、今回は「ヨセフス問題」に着目した。ヨセフス問題とは、古くはヨセフスのユダヤ戦記に記述されている歴史のある数列の問題^[8]であり、我が国では和算の「継子立て」としても知られている。またこの問題を「数字を当てるゲーム」として

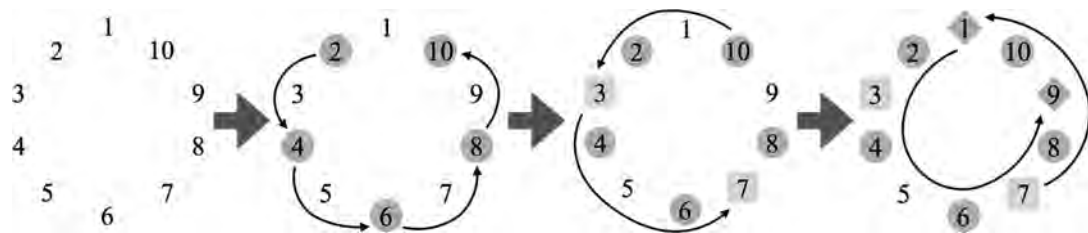


Fig. 1 数が消えていく様子 ($n=10$, $r=2$, $J(10, 2)=5$.)

捉えることで、数理的ゲーム・パズルと捉えることもできる。ヨセフス問題は、数学的には「数があるルールに従って消していき、最後に残る数はなにか」という問題であり、次のように定義される。

定義（ヨセフス問題）

n 個の数を円形に並べ、起点を 1 として r 番目、 $2r$ 番目というように数を消していく。そして最後に残った番号をヨセフス番号といい、 $J(n, r)$ で表す。

(r を m や k と表記している文献もある^[9]。)

ヨセフス問題の具体例

$J(10, 2)$ を求めるために、10 個の数を円形に並べ、1 を起点として 2 つごとに数を消していくと、順に 2, 4, 6, 8, 10, 3, 7, 1, 9 と消え、最後に 5 が残る。よって $J(10, 2) = 5$ となる。この数が消えていく様子を Fig. 1 に示す。丸や四角などで囲った数は、すでに消えた数を表している。

このヨセフス問題では、任意の n と r に対して漸化式が成り立ち、帰納法によって証明することができる。

以下に、ヨセフス問題の持つ代表的な特徴を示す。

- ① ルールがわかりやすく、順に数を消す操作を繰り返すことでほとんどの生徒に実践させることができる。
- ② n や r を自由に変えることで、問題をいくつでも生み出せる。
- ③ ヨセフス問題のルールや形状を変形することで、誰も取り組んだことがない未解決問題^{[10][11][12]}となり、発展的な授業にも活用できる^[13]。
- ④ Levitin et al は、ヨセフス問題をプログラミングやアルゴリズム学習の題材として扱っており^[14]、情報科における活用^[15]や、教科横断的な活用も可能である。

以下に、ヨセフス問題を用いた活動例を示す。

活動例 1

川谷内らは、数学 A の「整数」の学習における「整数の性質の活用」の具体例として、ヨセフス問題を簡略化した「カードマジックと 2 進法」教材を開発し、生徒に規則性を見つけさせ、漸化式を導き、その結果を 2 進数で表現するとどうなるかといった実践について報

告^[16]しており、この活動によって、数列に対する興味・関心を高めることが期待できる。また、グループごとにカードの枚数やルールを変更した問題を解かせる活動も可能である。

活動例 2

教員が生徒にヨセフス問題を紹介し、生徒には r を固定した上で n を変化させ、ヨセフス番号がどうなるかを各個人で実際に求める。その後数人でグループを構成し、各個人で求めた内容について報告し合い、固定したある r に対して n を変化させたときに現れるヨセフス番号の法則についてまとめる活動を行い、全体に対しグループでまとめた内容を報告する。この活動例を発展させ、グループごとに違う r について検討を行ってもらい、それを全体に対して報告する活動も可能である。さらに、発展的な活動として、数の並べ方を円形から 8 の字状に並べ変えるなどといった変形ヨセフス問題^{[10][11][12]}において、同様の活動を展開することも可能である。

活動例 1, 2 以外にも、「お互いの言った数のうち、先に消えた方が負け」という問題にすることで、数理的ゲーム・パズル教材としても捉えることができ、生徒の興味・関心を高めるヨセフス問題を用いたアクティブ・ラーニングの実施が期待できる。しかし、活動例 1, 2 を実践する上で、以下の問題が生じる。

- ・ n や r が大きくなるにつれて、消す数が増えるだけでなく、飛ばす数を数える作業に時間がかかり、飛ばす数を数え間違えることが生じやすい。
- ・ どこまで進んだか、どの数を消したか、いくつ数を消したかなどが紙面ではわかりづらく、表記の方法も特に確立していないことから、最初からやり直さなければならないことが生じる。

このことは、上述したヨセフス問題が有する特徴を生かしきれない原因となりうる。これらの問題点を解消し、ヨセフス問題を題材とする充実したアクティブ・ラーニングを行うために、iOS デバイス上で動くアプリケーションを開発した。次章では、筆者が開発した iOS アプリケーションについて述べる。

3 アプリケーション「ヨセフス問題」の開発

前章で述べた実践時に生じる問題点を解決し、より充実したアクティブ・ラーニングを行うために、iOS アプリケーション「ヨセフス問題〜Traditional Josephus Problem〜」を開発した。本アプリは、iOS7.1以降がインストールされた iPhone や iPod touch などでも動かすことができ、現在 App Store から無料ダウンロード可能である。ダウンロードするには、App Store にアクセスし、キーワードとして「Masanori Fukui」「ヨセフス問題」などで検索、もしくは <https://itunes.apple.com/jp/app/id963062551?mt=8> にアクセスすると表示される。

開発は、筆者が Xcode、Objective-C（一部 Swift）を用いておこなった。UI に関しては、右手のみで操作可能となるようにし、スライダの操作中に、数が消えていく様子が手で見えなくならないように設計した。

本アプリは、次の3機能を実装している。

- ① スライダで n , r , s を簡単に変えられる。
- ② 消えた数が一目でわかる。
- ③ 消えた数を順番に表示する。

これらの機能によって、すぐに本アプリを使いこなすことができ、消えた数が丸などで囲まれることから一目でわかり、消えた数の順番を簡単に把握することができる。

他にヨセフス問題を取り扱ったアプリケーションとして、例えば web ブラウザ上でプレイできる Josephus Flavius game (<http://www.cut-the-knot.org/recurrence/flavius.shtml>) がある。しかし、このサイトのヨセフス問題のプログラムは JavaApplet で開発されており、現在セキュリティの問題から利用が推奨されておらず、現場での利用は難しい側面がある。その一方で、今回開発したアプリは、インターネットに接続していない状態で動かすことができ、セキュリティ的にも安全に実行することができるといった利点を有している。

アプリを立ち上げると、Fig. 2 の画面が表示される。

本アプリは大きく3つの領域から構成されており、中

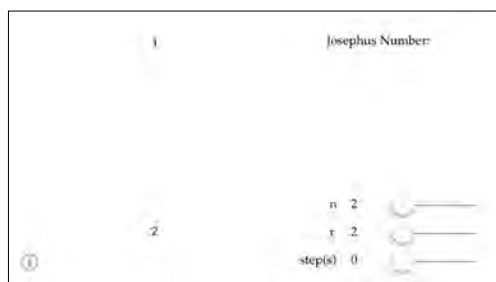


Fig. 2 アプリを立ち上げた画面

心より左側の領域に円形に並べた n 個の数、右上の領域にヨセフス番号と消えた数の履歴、右下の領域に n , r , s を決めるスライダを配置している。右下のスライダの n は並べる数の個数、 r は飛ばす数、 s は s 回目に数を消す操作を表している。また左下の i ボタンをタップすると、ヨセフス問題の簡単な説明が表示される。

本アプリの操作は、右下のスライダのみで簡単に行うことができ、操作時に数が消えていく様子が見えなくなならないような画面となっており、消えていく数を視覚的に把握することができる。消えた数は数に印がつくようになっている。それまでに消えた数を順に履歴として表示する機能を有している。 n と r は2から24まで動かすことができ、 s は0から $n-1$ まで動かすことができる。そして $n-1$ まで s を動かしたときにヨセフス番号が表示される (Fig. 3)。

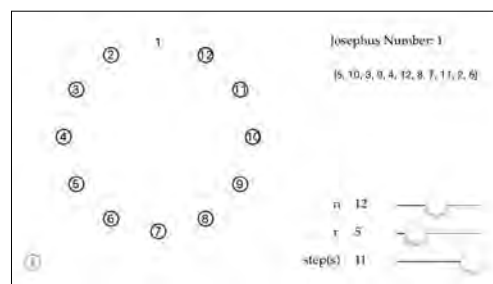


Fig. 3 ヨセフス問題が表示されている様子

本アプリを活用することで、前章で述べた紙面上で行なった場合に生じる問題点を回避でき、ヨセフス問題の持つ特徴をより生かしたアクティブ・ラーニングを行うことが期待できる。例えば、上述の活動例1, 2において、生徒が実際に紙面上で求めたヨセフス番号の検算や求めた法則の検証で活用することなどが考えられる。

よって、本アプリは、生徒が少なからず苦手意識を有している数列に対する興味・関心を高め、数列や漸化式の有用性を感じさせる一助となりうる。

さらに発展的な活動を行うために、「交差ヨセフス問題」、「線形ヨセフス問題」、「変形ヨセフス問題」など、様々なアプリケーションを開発している（例えば Fig. 4）。また、指で自由な図形を描き、ヨセフス番号を求める「ヨセフスメーカー」も開発している (Fig. 5)。これらのヨセフス問題を含めたアプリ全3作品で、ゲーム学会主催のゲームコンペにおいて審査員特別賞を受賞している^[17]。

4 まとめと今後の展望

本稿では、生徒が苦手意識を有する「数列」の分野において、数理的ゲーム・パズルを用いた活動を容易にす

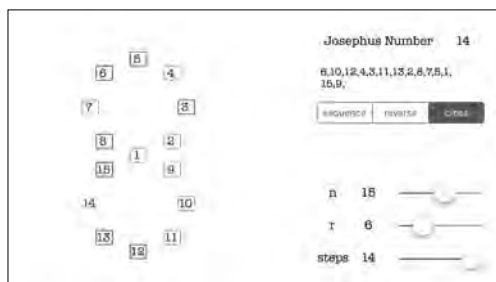


Fig. 4 変形ヨセフス問題 ～Eight Number Shapes Josephus Problem～

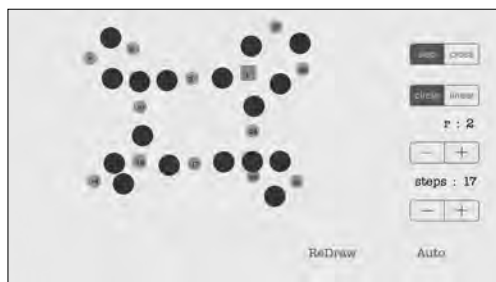


Fig. 5 ヨセフスメーカー ～Josephus Maker～

るアプリケーション「ヨセフス問題」を開発した。また本アプリは、生徒が少なからず苦手意識を有している数列に対する興味・関心を高め、数列や漸化式の有用性を感じさせる一助となりうることを指摘した。今後、数理的ゲーム・パズル教材の特徴を活かした教材及びアプリケーション開発の検討が必要となろう。

注・参考文献 (全ての URL は 2017.06.07 参照)

- [1] 文部科学省. 「新学習指導要領 (平成 29 年 3 月公示) 改定のポイント」. http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/_icsFiles/afildfile/2017/06/16/1384662_2.pdf
- [2] 文部科学省 教育課程企画特別部会. 「論点整理」. 2016. p. 17. http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo0/gijiroku/_icsFiles/afildfile/2015/09/29/1362371_2_1_1.pdf
- [3] 本稿におけるアクティブ・ラーニングは、「課題の発見・解決に向けた主体的・協働的な学び」と定義する。
- [4] 文部科学省. 『高等学校学習指導要領』. 東山書房. 2009.
- [5] 文部科学省. 『高等学校学習指導要領解説 数学編』. 2009. http://www.mext.go.jp/component/a_menu/education/micro

- _detail/_icsFiles/afildfile/2012/06/06/1282000_5.pdf
- [6] 福井 昌則. 「アクティブ・ラーニングを促進する数理的パズル「碁石拾い」を題材とした iPad アプリケーションの開発」. コンピュータ利用教育学会『コンピュータ&エデュケーション』. Vol.42.2017, pp.55-58.
- [7] 牟田 久俊. 「図形に対する学習意欲を高め、問題解決能力の向上を図る指導方法の改善—中学校・高等学校の接続を踏まえた指導の工夫を通して—」 高校数学科教員の意識調査結果. 佐賀県教育センター 授業等実践研究. 2005. http://www.saga-ed.jp/kenkyu/kenkyu_chousa/h17/kousuu/tyousakekka.html
- [8] 上野 富美夫. 『数学パズル事典 (改訂版)』. 東京堂出版. 2016. pp.102-103.
- [9] E. W. Weisstein. "Josephus Problem", *Wolfram MathWorld*. <http://mathworld.wolfram.com/JosephusProblem.html>
- [10] Chris Groër. "The Mathematics of Survival: From Antiquity to the Playground". *The American Mathematical Monthly*. Vol. 110, No.9.2003, pp.812-825.
- [11] S. Nakamura, M. Fukui, R. Miyadera. "High School Mathematics Research Project—Creative Mathematics Education Using Games—". *The Journal of Game Amusement Society*, Vol.4, No.1.2015.pp.21-23.
- [12] M. Naito, T. Yamauchi, D. Minematsu, R. Miyadera. "The Josephus Problem in Both Directions". *Visual Mathematics*, Vol.12, No.3, 2010. <http://www.mi.sanu.ac.rs/vismath/josehus2010/index.html>
- [13] 福井 昌則, 木村 廉, 戸國 友貴, 宮寺 良平. 「ヨセフス問題を用いた高校生や大学生による数学研究プロジェクト」. 第 13 回ゲーム学会全国大会論文集. 2015.pp.9-12.
- [14] A. Levitin, M. Levitin (黒川 洋, 松崎 公紀 翻訳). 『アルゴリズムパズル—プログラマのための数学パズル入門』. オライリージャパン. 2014.p.81.
- [15] 福井 昌則, 宮寺 良平, 森山 潤. 「ヨセフス問題の解法を題材とするプログラミング学習の実践」. 第 32 回 日本教育工学会全国大会論文集, 3p-A301-04.2016.
- [16] 川谷内 哲二, 塩屋 千学, 戸田 偉, 外山 康平. 「数学的活動を重視した指導 II」. 高校教育研究 (62) / 金沢大学教育学部附属高等学校, 2010.pp.23-36.
- [17] 福井 昌則, 木村 廉. 「ヨセフスメーカー ～Josephus Maker～ (他 2 作品)」. 第 12 回ゲーム作品コンペ 2014 (ゲーム学会主催) 審査員特別賞. 2015. http://www.gameamusementociety.org/article.php?story=Compe2014_award

2017 年 4 月 10 日受理 2017 年 6 月 16 日決定

著者略歴

福井昌則 (ふくい まさのり)

◎現在の所属: 兵庫教育大学大学院 (院生)

◎専門分野: プログラミング教育, テクノロジーを用いた数学教育, 組み合わせゲーム理論

順列組合せの単元におけるアクティブ・ラーニングを促進する iOS アプリケーション「ナイトツアー for Education」

福井昌則・萩倉丈・番庄智也

◎キーワード アクティブ・ラーニング, 数学的活動, ナイトツアー, ナイトパズル, ナイトグラフ

1 はじめに

2017 年 3 月に小中学校新学習指導要領が公示され、引き続き高等学校新学習指導要領が公示される予定となっており、新学習指導要領の実施に向けて、調整が行われている^[1]。新学習指導要領では、現行の学習指導要領との相違点として、「知識の理解の質を高め資質・能力を育む『主体的・対話的で深い学び』」（以下、「主体的・対話的で深い学び」と略記）^[2]のさらなる充実化があげられる（本稿では、「主体的・対話的で深い学び」をアクティブ・ラーニングと定義し、以下の議論を進める）。

現行の高等学校学習指導要領-数学編-では、アクティブ・ラーニングを実施することを想定した課題学習は、数学的活動の中で行うことが期待されている^[3]。また、高等学校学習指導要領解説-数学編-第 6 節「数学活用」には、数理的なゲームやパズルなどを通して論理的に考えることのよさを認識すること、数学的な表現の工夫として、数理パズルなどに関する話題を扱うこと、与えられた条件や考えられる場合を図や表にまとめることで解決できる問題を扱うことが記載^[4]されており、これらの内容を盛り込んだ数学的活動を一層重視し、生徒の充実感や達成感を醸成することが期待されている。

前報では、数列の苦手意識を軽減する数理的パズル「ヨセフス問題」を題材としたアクティブ・ラーニングを充実化させるために iOS アプリケーション（以下、アプリケーションをアプリと略記する）を開発した。その中で、紙面上で実践を行なった場合に生じる操作ミスを回避するために、スライドで簡単に操作できる機能を実装し、充実したアクティブ・ラーニングを行うことが期待できると指摘した^[5]。今後、さらにそれらの内容を踏まえた上で、他の単元においても生徒の興味・関心を高める数理的ゲーム・パズル教材を題材としたアクティブ・ラーニングを充実させるアプリを開発し、教科全体でアクティブ・ラーニングを充実させることが重要である。

室岡は、高校 3 年生を対象とした数学に対する意識調査で、理系文系問わず、順列組合せの重要性を感じている生徒が少ないことを報告^[6]しており、これらの単元におけるアクティブ・ラーニングを充実させ、重要性を感じさせることが重要であると考えられる。永井は、数え上げの基本はもれなく重複なく上手に数えることであるが、現状ものごとを数学的かつ論理的に整理し上手に数え上げることが苦手とする生徒が増えていること、順列・組合せは公式を暗記し代入して解くことはないため、確かな理解がない生徒は初見の問題に対処できずにいつまでも苦手な分野となる傾向があると指摘し、「数学的活動を通して、自ら考え、工夫して数え上げる力」の育成を目的とした実践を行なっている^[7]。このように、問題を理解し、確かな理解に立脚した上で問題を解決することは、教科全体で育成が求められる重要な資質であると言え、順列・組合せの理解を深め、その中で数え上げを取り入れた実践を行うことは有用な方略の一つである。

本稿では、生徒の興味・関心を高め、そして自ら考え、工夫して数え上げる力を育成する、順列・組合せ、場合の数や数え上げの単元におけるアクティブ・ラーニングを促進する iOS アプリ「ナイトツアー for Education」の開発を行ったので報告する。

2 題材設定

(1) 数理的パズル「ナイトツアー」について

高等学校学習指導要領解説では、数え上げの原則として、具体的な事象の考察に当たって場合の数を数え上げることは大切であること、数え上げに当たっては、場合の数をもれなく、重複することなく数え上げなければならないこと、場合の数を数え上げるには、あるものに着目して分類・整理すること、特に樹形図や表に整理すること、との記載がある^[4]。前章の内容およびこれらの内容を盛り込んだ題材を用いることで、より充実したアクティブ・ラーニングを行うことが期待できる。本稿では、この内容を満たす数理的パズルとして、「ナイトツアー」を扱う。ナイトツアーとは、チェス盤上にナイト

を配置し、同じマスにナイトをただ一回のみ通過させ、かつ全てのマスを網羅することができるかという問題であり、「ナイトパズル」「桂馬拾い」という名でも知られている。Fig. 1 にチェス盤にナイトを配置したときに動かすことができる箇所を矢印で示す。例えば、8×8の盤面では、Fig. 2 に示す番号順にナイトを動かすと解くことができる。ここでは8×8の盤面を例示したが、大きさや形状は様々である。8×8の盤面における解の数は、26兆5347億2882万1064個であり、3×4、4×5、6×6、7×7などでは解が存在し、3×3、3×5、4×4では解が存在しない^[8]。また、3×4では16個、3×7では104個の解が存在する^[9]。

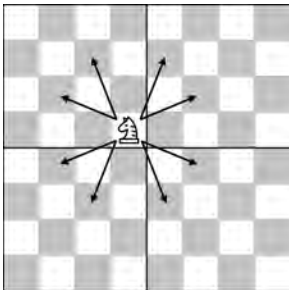


Fig. 1 ナイトが移動可能な範囲

1	48	31	50	33	16	63	18
30	51	46	3	62	19	14	35
47	2	49	32	15	34	17	64
52	29	4	45	20	61	36	13
5	44	25	56	9	40	21	60
28	53	8	41	24	57	12	37
43	6	55	26	39	10	59	22
54	27	42	7	58	23	38	11

Fig. 2 ナイトツアーの解法(一例)

ナイトツアーは、以下に示すような特徴を有している。

- ①ルールが単純でわかりやすく、生徒に楽しみながら実践させることができる。
- ②盤面の大きさや形を変形することで、新しい問題を作成することができる。

(2) ナイトツアーを用いた活動例

- ① 高谷は、スマートフォンのパターンロックを題材とした「場合の数」の課題学習を実践^[10]しており、同様の内容をナイトツアーでも実践することが可能である。各マスに数字を描き (Fig. 3)、そのマスから次に進める箇所を列挙する (Fig. 4)。例えば Fig. 1 のナイトの配置は、Fig. 3 で言えば 28 にナイトを配置したことになり、28 から一手で移動可能な箇所は 11、13、18、22、34、38、43、45 となる。全てのマスに対してこのように列挙し、その列挙したリストから可能なルートを選び出し、そのパターンを数え上げさせることや、可能なルートと不可能なルートを選び出させるといった活動が可能である。
- ② 福本らは、SSH の活動の一環として、 $n \times n$ の盤面におけるナイトツアーの証明を試みており、一部については証明ができたことを報告している^[11]。この活

1	2	3	4	5	6	7	8
9	10	11	12	13	14	15	16
17	18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31	32
33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55	56
57	58	59	60	61	62	63	64

Fig. 3 各マスに数字を振った様子

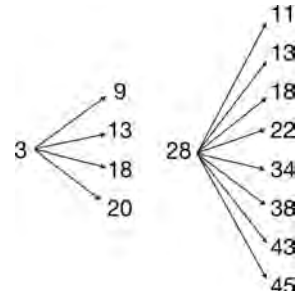


Fig. 4 ある位置から一手で移動可能な箇所(一例)

動を援用し、数人で構成された各グループに、 $n \times n$ の盤面において開始位置を変えた問題を提示し、それを各グループ内で解かせて全体に報告させ、 $n \times n$ の解法を全員で調べさせる活動、全てのパターンを列挙させる活動などが可能である。

- ③ ①や②で述べた題材などで学習後、その学習内容を活かし、自作したボード (例えば Fig. 5 の盤面) で問題を出し合って解き合う活動、全てのマスを埋め尽くし最後にスタート地点に戻ってくる「ナイトの巡回問題」を用いた活動、ナイトを動かして美しいナイトグラフ (例えば Fig. 6) を得る活動^[12, 13, 14]などの発展的な活動も実践可能であり、順列組合せのより深い学習に接続することが期待できる。

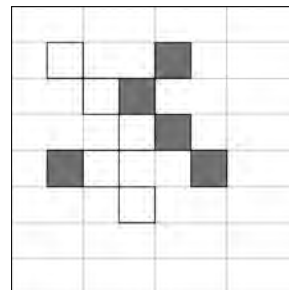


Fig. 5 自身で作成した盤面

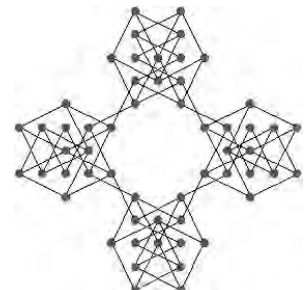


Fig. 6 A Beautiful Knight Graph^[12]

(3) 実践上の課題

以上のことから、ナイトツアーを題材とした実践の有用性を確認することができたが、ナイトツアーを用いた活動を実践するとき、例えば以下のような問題が生じる。

- ① 進んだ順がわからなくなってしまうことや、間違った箇所に進んでしまいやすく、ミスにも気付にくい。
 - ② 一手もしくは数手戻りづらいことや、最初からやり直しづらい。
 - ③ ボードの自作やナイトグラフの作成に手間を要し、実践に活用しづらい。
- これらの問題は、組み合わせや数え上げ、パターンの

列挙などの学習が妨げられる原因となりうる。以下、これらの問題点を解消し、ナイトツアーを活用したアクティブ・ラーニングをより充実させるためのiOSアプリケーションを開発したので、紹介する。

3 「ナイトツアー for Education」について

前章で述べた実践時に生じる問題点を解決し、より充実したアクティブ・ラーニングを行うために、iOSアプリ「ナイトツアー for Education」を開発した。本アプリは、iOS9.3以降がインストールされたiPhoneやiPod touchで動かすことができ、App Storeで「Masanori Fukui」「ナイトツアー for Education」などで検索すると表示される。本アプリはXcode8.3.3、言語はObjective-C 2.0を用いて筆者らが開発した。筆者の一人は、以前ナイトグラフを用いて、綺麗な絵を描くアプリ「Knight Tour Creator」を開発し、第12回ゲーム作品コンペで審査員特別賞を受賞^[15]しており、その内容の一部を本アプリにも実装した。UIは、操作したことの無い生徒でも扱えるようなシンプルなものとし、組み合わせ、列挙、場合の数の学習を行える以下の機能を実装している。

- ①次に進める箇所が表示される。
- ②どのようなルートを辿ったかがわかる。
- ③進んだ順に数字が振られる。
- ④簡単に「最初からやり直し」や「一手戻る」ができる。
- ⑤ナイトの駒の動きをトレースしたナイトグラフを表示することができる。
- ⑥ボードをカスタマイズできる。
- ⑦ボードを画像として保存できる。

ナイトツアーに関するスマートフォン向けのアプリやwebアプリは多数存在するが、いずれもゲームとして作成されており、前述した活動を行うときに困難が生じる（例えば、<http://www.karakusa-lab.com/gallery/flash/chess/nt.html> など）。筆者らの作成したアプリは、上述した活動を行えるような機能①～⑦を実装しており、ナイトツアーを用いたアクティブ・ラーニングを行うことが期待できる。本アプリは3つの画面から構成されており、立ち上げると、Fig. 7が表示される。

左側の4つのボタン（ $n \times n$ の形式で表示）のいずれかをタップすると、Fig. 8が表示され、その大きさのチェス盤におけるナイトツアーを行うことができる。左側のチェス盤の任意の箇所をタップすると、そこにナイトが配置され、そこから進める箇所の候補に色がつく。また、進んだ順に数字がふられ、右上に進んだ盤の番号（Fig. 3の番号に相当）が表示される。右下の5つのボ

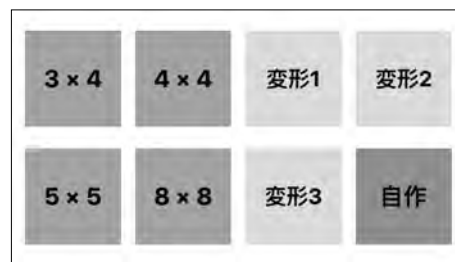


Fig. 7 アプリを立ち上げたときの画面

タンで様々な操作を行うことができ、「前の画面へ」はFig. 7へ戻る機能、「全て消す」は最初からやり直す機能、「保存」はチェス盤の現在の状態を写真アプリに保存する機能、「表示切替」は、ナイトグラフ（Fig. 9）やナイトが既に進んだ位置のみ色付けするといった画面表示、パスが閉じられたナイトグラフを表示するなどを切り替える機能、「一手戻る」は、ナイトを一つ前の位置に戻す機能となっている。

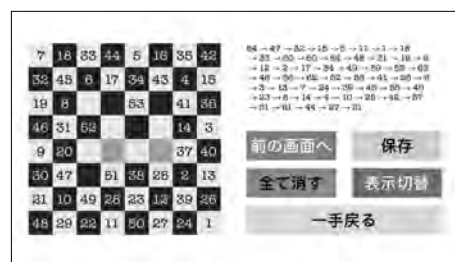


Fig. 8 8 × 8 のチェス盤におけるナイトツアー

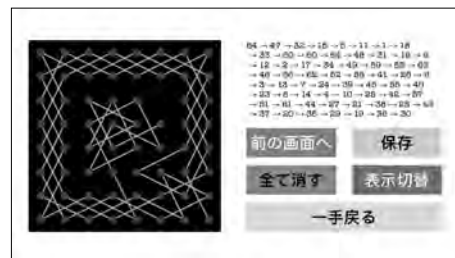


Fig. 9 ナイトグラフの表示

Fig. 7において、右側の「変形1」「変形2」「変形3」のいずれかをタップすると、変形チェス盤で同様のナイトツアーを行うことができる。次にFig. 7で右側の「自作」をタップすると、Fig. 10が表示され、左側のチェス盤をタップすると、右側にカスタマイズしたチェス盤が表示される。ここで「次の画面へ」をタップすると、カスタマイズしたチェス盤でナイトツアーを行うことができ、Fig. 8にある機能を用いることができる。

これらの機能を活用して、第2章で述べた活動や、生徒に紙などに進める箇所を列挙させ、それをアプリで検証し、総パターン数について考えさせる活動など、様々な活動に本アプリを活用することで、充実したアクティブ・ラーニングを行うことが期待できる。このように、

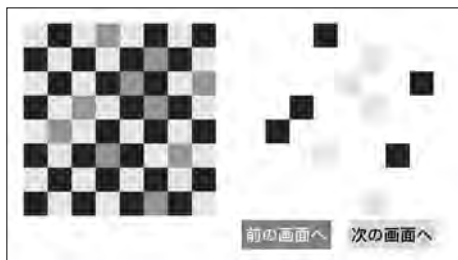


Fig. 10 カスタマイズしたチェス盤の作成

授業内で活用するための機能を実装したことで、生徒の興味・関心を高め、そして自ら考え、工夫して数え上げる力を育成することが期待でき、順列・組合せ、場合の数や数え上げる単位におけるアクティブ・ラーニングを促進し、教科全体でのアクティブ・ラーニングの充実化に接続することが期待できる。

本アプリの活用にあたっては、最初に授業で順列組合せ、数え上げなどの学習を行なった後、その理解をさらに深めることを目的とした数学的活動などで活用することが有用であると考えられる。さらに、第2章(2)③の内容を、通常の授業のみならず、選択授業や部活動などで行うことで、より発展的な学習を行うことが期待できる。

4 まとめと今後の展望

本稿では、生徒の興味・関心を高め、そして自ら考え、工夫して数え上げる力を育成することを目的とした、順列・組合せ、場合の数や数え上げる単位におけるアクティブ・ラーニングを促進するiOSアプリ「ナイトツアー for Education」を開発し、その有用性および実践例について述べた。今後さらに、数理的ゲーム・パズル教材の特徴を活かした教材及びアプリケーション開発が必要となろう。

参考文献（全てのURLは2017.08.17参照）

- [1] 文部科学省.「新学習指導要領改定のポイント」.http://www.mext.go.jp/a_menu/shotou/new-cs/_icsFiles/afielddfile/2017/06/16/1384662_2.pdf
- [2] 文部科学省.「次期学習指導要領に向けたこれまでの審議のまとめ（素案）のポイント参考資料」.http://www.mext.go.jp/b_menu/shingi/chukyo/chukyo3/053/siryu/_icsFiles/afielddfile/2016/08/02/1375316_2_1.pdf

- [3] 文部科学省.『高等学校学習指導要領』. 東山書房. 2009.
- [4] 文部科学省.『高等学校学習指導要領解説 数学編理数編』. 実教出版, 2009.
- [5] 福井昌則.「数列に対する苦手意識の軽減を目的としたアクティブ・ラーニングを促進するiOSアプリケーション「ヨセフス問題」の開発」. コンピュータ利用教育学会『コンピュータ&エデュケーション』. 43, in print.
- [6] 室岡和彦.「高校生・大学生の数学観」. 日本数学協会. http://www.sugaku-bunka.org/?action=common_download_main&upload_id=1335
- [7] 永井邦昌.「数学的活動を通して自ら考える力を育成する授業案—数学A場合の数（順列・組合せ）の指導を通して—」. 新潟県立教育センター 平成22年度 高等学校授業力向上研修実践記録. 2010. <http://www.nipce.nein.ed.jp/sidouan/03kou/04suugaku/h22/16nagai.pdf>
- [8] イアン・スチュアート（川辺治之訳）.『数学探検コレクション 迷路の中のウシ』. 共立出版, 2015. pp.164-173.
- [9] Weisstein, Eric W. "Knight Graph", From MathWorld—A Wolfram Web Resource.<http://mathworld.wolfram.com/KnightGraph.html>
- [10] 高谷喜彦.「数学を活用する力の育成をめざした「課題学習」の指導」. 福島県教育センター長期研究員個人研究報告書. 2015. http://www.cms-center.gr.fks.ed.jp/?action=common_download_main&upload_id=15157
- [11] 福本隼也, 杭田裕也, 福重海.「金光学園 SSH ホームページ 平成25年度 探究Ⅱ 課題研究「ナイトツアー」」http://konkougakuen.net/ssh%20hp/2013Mat_22.pdf
- [12] Y. Kakoi, et al. "New Knight's Tour Puzzles and Graphs—Some neat variants of the famous Knight's Tour—", *Archimedes' Laboratory*. http://www.archimedes-lab.org/knight_tour.html
- [13] S. Tatsumi, et al. "Mathematical Games", Online Digital Education Connection, Canada Virtual Science Fair 2009 1st Prize, 2009. <http://www.odec.ca/projects/2009/nait9m2/Knightcanada/index.html>
- [14] 宮寺良平, 福井昌則.「数式処理システム Mathematica を用いた高校生による数学研究 II」. 京都大学数理解析研究所講究録, 京都大学数理解析研究所, 2022, 2017, pp.29-39.
- [15] 福井昌則, 木村廉.「Knight Tour Creator for iOS/Android/TI-NSpire（他2作品）」. 第12回ゲーム作品コンペ2014（ゲーム学会主催）審査員特別賞. 2015. http://www.gameamusementociety.org/article.php?story=Compe2014_award
2017年8月30日受理 2017年9月20日決定

著者略歴

福井昌則（ふくい まさのり）

◎現在の所属：兵庫教育大学大学院（院生）

◎専門分野：プログラミング教育、テクノロジーを用いた数学教育、組み合わせゲーム理論

萩倉丈（はぎくら じょう）

◎現在の所属：関西学院大学理工学部（学生）

◎専門分野：Webアプリケーション開発

番庄智也（ばんしょう ともや）

◎現在の所属：関西学院大学理工学部（学生）

◎専門分野：ゲームプログラミング、プログラミング教育